

定理 6.1:

Pf: ① 先证 $E^\circ \subset (\overline{E^c})^c$

$\forall x \in E^\circ$, $\exists r > 0$, s.t. $B(x, r) \subset E$

$\therefore E \cap E^c = \emptyset$, 则 $B(x, r) \cap E^c = \emptyset$

由定理 5.4 知, $x \notin \overline{E^c}$ 从而 $x \in (\overline{E^c})^c$

② 再证 $(\overline{E^c})^c \subset E^\circ$

$\forall x \in (\overline{E^c})^c$, 即 $x \notin \overline{E^c}$

由定理 5.4 知, $\exists r > 0$, s.t. $B(x, r) \cap E^c = \emptyset$

从而 $B(x, r) \subset E$ 故 $x \in E^\circ$.

由 ①② 得 $E^\circ = (\overline{E^c})^c$ (1)

在 (1) 式用 E^c 代替 E 得

$(E^c)^\circ = (\overline{E})^c$ 两边取补运算得

$((E^c)^\circ)^c = \overline{E}$. (2)