

定理 5.4:

Pf: \Rightarrow 已知 $x \in \bar{E} = E \cup E'$

若 $x \in E$, 则 $\forall r > 0$, $x \in B(x, r) \cap E$ 从而 $B(x, r) \cap E \neq \emptyset$

若 $x \notin E$, 则 $x \in E'$, 由导集定义知,

$$\forall r > 0, B(x, r) \cap (E \setminus \{x\}) \neq \emptyset$$

又由 $x \notin E$, 得 $B(x, r) \cap E \neq \emptyset$

\Leftarrow 已知 $\forall r > 0$, $B(x, r) \cap E \neq \emptyset$

若 $x \in E$, 则 $x \in \bar{E}$

若 $x \notin E$, 由已知得, $B(x, r) \cap (E \setminus \{x\}) \neq \emptyset$

即 $x \in E' \subset \bar{E}$.