注 2):

Pf: $\Rightarrow$) $\{a_n\}$ 有界, a^* 有限, 由定理 2.2(2) 即证.

$\Leftarrow$) 由 (i) $\forall \varepsilon>0$, $\exists N$, s.t. $\forall n>N$, $a_n < a^*+\varepsilon$

可得 $\limsup\limits_{n\to\infty} a_n \leq a^*+\varepsilon$

由 ε 的任意性知 $\limsup\limits_{n\to\infty} a_n \leq a^*$ ①

由 (ii) $\forall \varepsilon>0$, $\{a_n\}$ 中有无穷多项满足 $a_n > a^*-\varepsilon$

故存在一个极限点 $y\in E$: $y \geq a^*-\varepsilon$

由上极限定义知 $\limsup\limits_{n\to\infty} a_n \geq y \geq a^*-\varepsilon$

由 ε 的任意性知, $\limsup\limits_{n\to\infty} a_n \geq a^*$ ②.

由 ①② 得 $\limsup\limits_{n\to\infty} a_n = a^*$